２０２０．７．７
畑　啓之

技術士一次試験基礎科目　この問題が難しい　有限要素法の座標変換

平成２８年度

Ⅰ－３－３　ξ,η の関数 N_1，N_2，N_3，N_4 を次の式で定義する。

$$N_1=\frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta),\ N_2=\frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta),\ N_3=\frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta),\ N_4=\frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta)$$

N_1，N_2，N_3，N_4 を行ベクトルの和の形式で表すと次の式になる。

$$\begin{bmatrix}N_1 & N_2 & N_3 & N_4\end{bmatrix}=\mathbf{a}_0+\xi\mathbf{a}_1+\eta\mathbf{a}_2+\xi\eta\mathbf{a}_3$$

ここに $\mathbf{a}_0$，$\mathbf{a}_1$，$\mathbf{a}_2$，$\mathbf{a}_3$ は定数項からなる行ベクトルであり，行ベクトル $\mathbf{a}_0$ は

$$\mathbf{a}_0=\frac{1}{4}\begin{bmatrix}1 & 1 & 1 & 1\end{bmatrix}$$

となる。行ベクトル $\mathbf{a}_1$，$\mathbf{a}_2$，$\mathbf{a}_3$ として正しいものの組合せはどれか。

① $\mathbf{a}_1=\frac{1}{4}\begin{bmatrix}-1 & 1 & 1 & -1\end{bmatrix}$，　$\mathbf{a}_2=\frac{1}{4}\begin{bmatrix}-1 & -1 & 1 & 1\end{bmatrix}$，　$\mathbf{a}_3=\frac{1}{4}\begin{bmatrix}1 & 1 & 1 & 1\end{bmatrix}$

② $\mathbf{a}_1=\frac{1}{4}\begin{bmatrix}-1 & 1 & 1 & -1\end{bmatrix}$，　$\mathbf{a}_2=\frac{1}{4}\begin{bmatrix}-1 & -1 & 1 & 1\end{bmatrix}$，　$\mathbf{a}_3=\frac{1}{4}\begin{bmatrix}1 & -1 & 1 & -1\end{bmatrix}$

③ $\mathbf{a}_1=\frac{1}{4}\begin{bmatrix}1 & 1 & 1 & 1\end{bmatrix}$，　$\mathbf{a}_2=\frac{1}{4}\begin{bmatrix}1 & 1 & 1 & 1\end{bmatrix}$，　$\mathbf{a}_3=\frac{1}{4}\begin{bmatrix}1 & 1 & 1 & 1\end{bmatrix}$

④ $\mathbf{a}_1=\frac{1}{4}\begin{bmatrix}1 & -1 & 1 & -1\end{bmatrix}$，　$\mathbf{a}_2=\frac{1}{4}\begin{bmatrix}-1 & -1 & 1 & 1\end{bmatrix}$，　$\mathbf{a}_3=\frac{1}{4}\begin{bmatrix}-1 & 1 & 1 & -1\end{bmatrix}$

⑤ $\mathbf{a}_1=\frac{1}{4}\begin{bmatrix}-1 & -1 & 1 & 1\end{bmatrix}$，　$\mathbf{a}_2=\frac{1}{4}\begin{bmatrix}-1 & 1 & 1 & -1\end{bmatrix}$，　$\mathbf{a}_3=\frac{1}{4}\begin{bmatrix}1 & -1 & 1 & -1\end{bmatrix}$

H28-1-3-3　　正答　②

四角形アイソパラメトリック要素に関する問題です。

この分野ではギリシャ文字のξとηを用いるのが約束事となっていますが、慣れない文字ですので、ξ（クシー）→α、η（エータ）→βと書き直します。

題意より、α、βの関数 N_1、N_2、N_3、N_4 は、

$N_1 = 1／4\ (1-\alpha)(1-\beta)$
$N_2 = 1／4\ (1+\alpha)(1-\beta)$
$N_3 = 1／4\ (1+\alpha)(1+\beta)$
$N_4 = 1／4\ (1-\alpha)(1+\beta)$

$[N_1,N_2,N_3,N_4] = a\ 0 + \alpha\ a_1 + \beta\ a_2 + \alpha\beta\ a_3$

a_0、a_1、a_2、a_3 は定数項からなる行ベクトル

$a_0 = 1／4\ [1,\ 1,\ 1,\ 1]$

1／4を省略して表を作ります。

	定義より	a_0	αa_1	βa_2	$\alpha\beta a_3$
N_1	1-α-β+αβ	1	-1	-1	1
N_2	1+α-β-αβ	1	1	-1	-1
N_3	1+α+β+αβ	1	1	1	1
N_4	1-α+β-αβ	1	-1	1	-1

a_1、a_2、a_3 に強いてα、β、αβをつけている

従って、②が答となります。

確認計算をする。1／4を省略すると、

$[N_1,N_2,N_3,N_4]$
$= [1-\alpha-\beta+\alpha\beta,\ 1+\alpha-\beta-\alpha\beta,\ 1+\alpha+\beta+\alpha\beta,\ 1-\alpha+\beta-\alpha\beta]$
$= a_0 + \alpha a_2 + \beta a_3 + \alpha\beta a_4$
$= [1,\ 1,\ 1,\ 1] + \alpha\ [-1,\ 1,\ 1,\ -1] + \beta\ [-1,\ -1,\ 1,\ 1]$
$+ \alpha\beta\ [1,\ -1,\ 1,\ -1]$
$= [1,\ 1,\ 1,\ 1] + [-\alpha、\alpha、\alpha,\ -\alpha] + [-\beta,\ -\beta、\beta、\beta]$

$$+[\alpha\beta,\ -\alpha\beta、\alpha\beta,\ -\alpha\beta]$$

さらにダメ押し確認します。

$$=[1-\alpha-\beta+\alpha\beta,\ 1+\alpha-\beta-\alpha\beta,\ 1+\alpha+\beta+\alpha\beta,\ 1-\alpha+\beta-\alpha\beta]$$