

2020. 6. 17

畑 啓之

技術士一次試験基礎科目 この問題が難しい R01 再 3階微分

普通高校では2階微分で変曲点の位置を探るのが、微分回数の最大であると思うのだが、この問題では2階微分係数と3階微分係数を求めよというものである。

この問題を試験会場で見た受験生は、解答の糸口を見つける難しさを痛感したことと思う。

I-3-1 関数 $f(x)$ とその導関数 $f'(x)$ が、次の関係式を満たすとする。

$$f'(x) = 1 + \{f(x)\}^2$$

$f(0) = 1$ のとき、 $f(x)$ の $x = 0$ における2階微分係数 $f''(0)$ と3階微分係数 $f'''(0)$ の組合せとして適切なものはどれか。

- ① $f''(0) = 2, f'''(0) = 4$
- ② $f''(0) = 2, f'''(0) = 6$
- ③ $f''(0) = 2, f'''(0) = 8$
- ④ $f''(0) = 4, f'''(0) = 12$
- ⑤ $f''(0) = 4, f'''(0) = 16$

R01 再-1-3-1 正答 ⑤

問題文より

$$y' = 1 + y^2 \quad y = 1$$

この両辺を微分すると、

$$y'' = 2y y'$$

さらに微分すると

$$y''' = 2y' \cdot 2 + 2y y''$$

少し見づらいため、 $y = a$ 、 $y' = b$ 、 $y'' = c$ 、 $y''' = d$ とすると

$$b = 1 + a^2$$

$$c = 2 a b$$

$$d = 2 b^2 + 2 a c$$

まず求めたいのは y'' (すなわち c) の値です。

$$c = 2 a b = 2 a (1 + a^2)$$

$$a = 1 (y = 1) \text{ なので、 } c = 4 \quad (y'' = 4)$$

次に求めたいのは y''' (すなわち d) の値です。

y''' (d) を a (すなわち y) で表される式に変形します。

$$d = 2 (1 + a^2)^2 + 2 a (2 a (1 + a^2))$$

$a = 1 (y = 1)$ なので、 $y''' = 8 + 8 = 16$ となります。

(参考)

$$(f(x) g(x))' = f'(x) g(x) + f(x) g'(x)$$