２０２０．３．１６
畑　啓之

技術士一次試験（再試験）で難問と感じた問題　写像ｆ：A×B→C の場合の数

本日、この３月７日に行われた技術士一次試験（再試験）の問題用紙が公開された。その問題の中で、初めて見た問題で歯が立たないものがあった。素養のなさであるが、今から勉強である。

問題用紙
　https://www.engineer.or.jp/c_topics/007/attached/attach_7102_1.pdf

Ⅰ－２－６　集合ＡをＡ＝{a, b, c, d}，集合ＢをＢ＝{ α，β }，集合ＣをＣ＝{0, 1}とする。集合Ａと集合Ｂの直積集合Ａ×Ｂから集合Ｃへの写像 f:Ａ×Ｂ → Ｃ の総数はどれか。

①　32　　②　64　　③　128　　④　256　　⑤　512

直積集合
https://mathwords.net/tyokusekisyugou
集合 A と B の直積は、A×B という記号で表します。
例えば、A={1,2}、B={3,4,5} のとき、
A×B={(1,3),(1,4),(1,5),(2,3),(2,4),(2,5)}
となります。
A の要素と B の要素を１つずつ取ってきて作ったペアを全て集めた集合です。

また、A={1,2}、B={1,2,3} のとき、
A×B={(1,1),(1,2),(1,3),(2,1),(2,2),(2,3)}
となります。(1,2) と (2,1) は別の要素であることに注意してください（順序が違えば別物とみなす)。

集合と写像
　http://www.rimath.saitama-u.ac.jp/lab.jp/fsakai/set.html
2. 写像
集合 A の各元に対して，集合 B の元がただ１つ対応する規則 f が定まっているとき，この対応を A から B への写像といい，f: A → B で表す.

例題 集合 $A = \{a, b, c, d\}$ から集合 $B = \{0, 1\}$ への写像を記述せよ．

解答 写像 $f: A \to B$ は，0 と 1 からなる 4 個の数字の列 $f(a)f(b)f(c)f(d)$ で表される．そのような列は以下の 16 個である．

0000, 0001, 0010, 0010, 0011, 0100, 0101, 0111

1000, 1001, 1010, 1011, 1100, 1101, 1110, 1111

写像 $f: A\to B$ が与えられたとき，B の部分集合 $\{ f(a) \mid a \in A \}$ を f による A の像といい，$f(A)$ で表す．とくに，$B = f(A)$，すなわち，B のすべての元が f の像になるとき，f は全射であるという．

また，写像 f が 1 対 1 写像，すなわち，$f(a) = f(a')$ となるのは $a = a'$ の場合に限るとき，f は単射であるという．全射であると同時に単射でもある写像を全単射写像という．

以上より、問題の解答は、

まず直積集合　A×B は
A×B＝{（a α）（a β）（b α）（b β）（c α）（c β）（d α）（d β）}

写像は 8 個の字数で表される 0 といの組み合わせの数抱けるので、2^8＝256 がその総数となる。

わかってしまえば「なるほど」ですが、化学と生物を専門としていた私にとっては、新鮮でした。知らない事柄と遭遇するのは楽しいものです。