２０１９．１０．２２
畑　啓之

令和元年度　技術士一次試験　基礎問題中で一番難しかった問題は剛体振り子

試験問題

Ｉ－３－６　下図に示すように長さ l，質量 M の一様な細長い棒の一端を支点とする剛体振り子がある。重力加速度を g，振り子の角度を θ，支点周りの剛体の慣性モーメントを I とする。剛体振り子が微小振動するときの運動方程式は

$$I\frac{d^2\theta}{dt^2} = -Mg\frac{l}{2}\theta$$

となる。これより角振動数は

$$\omega = \sqrt{\frac{Mgl}{2I}}$$

となる。この剛体振り子の周期として，最も適切なものはどれか。

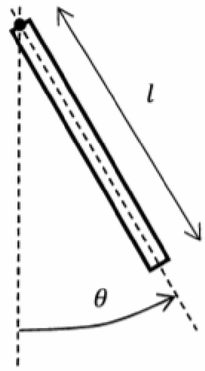


図　剛体振り子

①　$2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$　②　$2\pi\sqrt{\frac{3l}{2g}}$　③　$2\pi\sqrt{\frac{2l}{3g}}$　④　$2\pi\sqrt{\frac{2g}{3l}}$　⑤　$2\pi\sqrt{\frac{3g}{2l}}$

答えは③である。

この問題は過去問にはなく、新規出題である。

まず、予備知識として、振り子の振動は次のように与えられる。

　　　　Θ＝ａ×ｓｉｎ（ωｔ＋Ｃ）

これを最初の式に代入すると角振動数ωが得られる。

周期とは円を一周する時間、すなわち常識のωｔ＝２πとなる時間である。

従って、

　　　求める周期Ｔ＝２π／ω＝２π（(２Ｉ）／（ＭｇＬ)）＾０．５

ここで解答に近づけるためには、Ｉを消去しなければならない。

この慣性モーメントＩは　Ｉ＝ＭＬ＾２／３　と求まる。

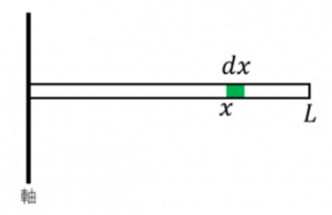
https://mathwords.net/itiyounabou

このＩを周期Ｔの式に代入すると、

答えは③となる。

端点まわりの慣性モーメント

長さ L、質量 M の一様な棒の、端点まわりの慣性モーメントが、$I=\frac{1}{3}ML^2$ になることを証明してみます。



端点からの距離が x から $x+dx$ の間にある部分の質量は $M\cdot\frac{dx}{L}$ なので、

$$\begin{aligned} I &= \int_0^L x^2\cdot\frac{Mdx}{L} \\ &= \frac{M}{L}\int_0^L x^2dx \\ &= \frac{M}{L}\cdot\frac{L^3}{3} \\ &= \frac{1}{3}ML^2 \end{aligned}$$

参考までに、　慣性モーメント計算方法　というサイトもある。

https://cyclo.shi.co.jp/product/gmoter/prest_neo/pdf/prest_j90-j93.pdf