

2019. 5. 5

畑 啓之

円周率 π は現在 3 1 兆桁に その覚え方は「何か飲み物が欲しいな」

円周率とは果てしなく続く無意味な数字のようにも思えるが、この数字は「人間の英知であり、また人類の宝でもある」。この数値は円の面積、球の体積を求めるには必須であり、部分的に切り出すと乱数としても利用ができる。その小数点以下の桁数を果てしなく求めていくのもサイエンスの一つである。

以下、Wikipedia によると、

円周率は、円の周長の直径に対する比率として定義される数学定数である。通常、ギリシア文字 π で表される。数学をはじめ、物理学、工学といった様々な科学分野に出現し、最も重要な数学定数とも言われる。

円周の直径に対する比率が円の大きさに依らず一定であり、それが 3 より少し大きい程度だということは古代エジプトやバビロニア、インド、ギリシアの幾何学者たちにはすでに知られていた。また、古代インドやギリシアの数学者たちの間では半径 r の円板の面積が πr^2 であることも知られていた。さらに、アルキメデスは正 96 角形を用いて半径 r の球の体積が $4\pi r^3/3$ であることや、この球の表面積が $4\pi r^2$ であることを導き出し、約 1000 年後、祖沖之（五世紀、中国）が小数点以下第 6 位まで弾き出した。

フィールズ賞 (Wikipedia) より 授与されるメダルには、アルキメデスの肖像が彫られている。

フィールズ賞



フィールズ・メダルの表面。アルキメデスの肖像とラテン語の銘文 TRANSIRE SUUM PECTUS MUNDOQUE POTIRI (己を高め、世界を捉えよ^[1]) が刻まれている。カナダの彫刻家 **テイト・マッケンジー** (英語版) によるデザインで^[2]、カナダ王室造幣局で製造されている^[3]。受賞者の名前は縁に刻まれる^[4]。

受賞対象 傑出した業績をあげた40歳以下の数学者

授与者 国際数学会議 (ICM)

初回 1936年

公式サイト [International Mathematical Union \(IMU\) Details](#)

π の数字の覚え方にも工夫がなされている。

$\pi = 3.14159\ 26535\ 89793\ 23846\ 26433\ 83279\ 50288 \dots$

How I want a drink, alcoholic of course, after the heavy lectures involving quantummechanics!

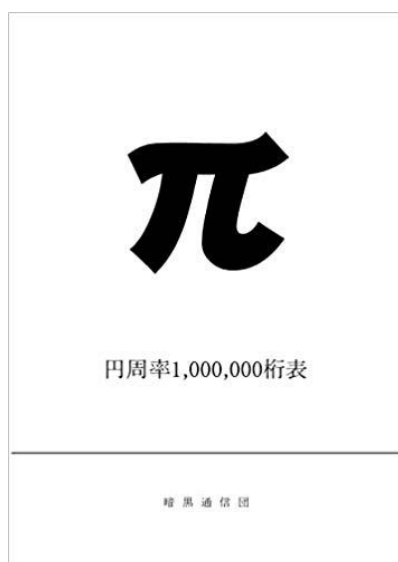
3. 1 4 1 5 9 2 6 5 3

5 8 9 7 9 (14 桁)

数字の羅列された本に興味を示す人は少ないかもしれない。おそらく、多くの人にとってはなにがそんなに面白いの？ということだろう。

だが、この本は1版あたりの発行部数は不明であるが、着実に版を重ねていっている。世の中には、不思議な人が多い。


本書の著者はこの100万桁を自身で計算されたとある。自信がある数字であるとは思いますが、「万が一、掲載した値が間違っていたとしても、発行者は責任をとれません。」と記してある。「乱数表」としての用途が主と考えられるが、この表の数値に誤りがあった時、もし何らかの問題が起これば、この表が「暗号表」として用いられたときであろう。



円周率 1000000 桁表

1996.3.18 第1刷発行
1997.3.18 第2刷発行
2006.3.18 第3刷発行
2007.3.18 第3.1刷発行
2008.3.18 第3.14刷発行
2009.3.18 第3.141刷発行
2010.3.18 第3.1415刷発行
2012.3.18 第3.14159刷発行
2014.3.18 第3.141592刷発行
2015.3.18 第3.1415926刷発行

著作者 牧野 貴樹 (まさのにかき)
発行者 星野 香奈 (ほしのかな)
印刷所 株式会社 上野印刷所
発行所 同人集合 暗黒通信団 (<http://www.mikaka.org/~kana/>)
〒277-8691 千葉県柏局私書箱54号D係
頒 価 314円 / ISBN978-4-87310-002-9 C3041

 本書の内容の一部または全部を無断で複製複製（コピー）することは、法律で認められた場合に相当し、著作者および出版者の権利の侵害となることはないもので、やりたければ勝手にやって下さい。

Copyright 1996-2015 暗黒通信団 Printed in Japan

- 1行100桁、1ページ10000桁が掲載されています。
- 正確な値になるよう十分注意を払いましたが、万が一掲載した値が間違っていたとしても、発行者は責任をとれません。
- 落丁、乱丁は(在庫がある限り)お取り替えます。

乱数表としての使い方

1. 適当なページを開きます。
2. 目を閉じて、鉛筆を表の上に突き立てます。
3. 目を開いて、鉛筆のあたった所からの数字を読みます。
4. 正確を期す場合、鉛筆があたったところから2桁を読み、そのページ(00なら100ページ)で、同じことをもう一度やるとよいでしょう。

Q. なにを血迷ってこんな本を作ったんですか？

A. そんなふうに思う人はこの本を買わないと思います。

Q. こんな本を売るなんて、手抜きなんじゃないんですか？

A. 私はこの本のために、円周率の計算のプログラムを作成しました。ふつうの本以上に手間はかかっていると思います。

Q. 著作権はどうなっていますか？

A. 円周率は創作物ではなく、この本はただの事実の羅列なので、この本の主要部分に著作権はありません。他の部分についても著作権を放棄します。引用・転載・複製など自由にやっていただいでけっこうです。

Q. 円周率はこれで全部ですか？

A. まさか。無限に続きます。この本100万冊でも足りません。

興味本位に、円周率の小数点以下に連続する数字を探してみると、その出現確率は・・・

円周率は 3.1415・・・と続き、その数字の連続は方程式により求めることができるのだが、私たち素人には 0 から 9 の数字が規則性なく並んでいるように見える。しかし、この数字の並びは、方程式で計算できることからわかるように、決められた規則でならば無限に続く数字列である。

この数字に、私たち素人の目から見ても同じ数字が連続して並んでいる部分を見て取ることができる。その数字の並びがどのくらいの頻度で出現できるかを知ることは私にとっては興味深いことである。

どこかのサイトにいけば、その答えはきっと記されていることと思う。

だが、このたび、そのサイトを探索するよりも、自力で探したほうが時間的に早そうなので、簡単なプログラムを組み、実際に探してみた。

円周率 100 万桁表にある数値を利用した。

得られた結果は下に示したとおりである。

0 と記しているのはこの百万桁に 0 が何回出現するか、00 は 0 が 2 個連続する出現回数を示す。00000 と数字が 5 個以上並ぶ場合には、その出現する位置を小数点以下何桁目かで示している。1 に関してはその出現回数が 80680 となっているが、プログラムを簡略化したため、実際には 3.14 の 1 がカウントされていない。したがって、80681 が正解である。

なお、100 万桁に含まれる 0～1 の個数は次のとおりである。

0	1	2	3	4
99959	99758	100026	100229	100230
5	6	7	8	9
100359	99548	99800	99985	100108

さて、現れた連続する数値の特徴であるが、5 個連続する数字では、11111、66666 の出現頻度が高い。6 個連続する数字では、0 と 3 はゼロ回であるが、1、2、4、5（3回）、6、7（2回）、8、9（2回）となっている。特に、9 は小数点以下 762 桁目と非常に早

い段階にこの6連続数字が表れる。これをファインマン・ポイントと呼ぶそうである。

ファインマン・ポイント (Wikipedia) には、次の記載がある。

ファインマン・ポイントは、同じ数字が4個あるいは5個並ぶ最初の桁でもあり、つぎに同じ数字が連続して4個並ぶのは、1,589桁目から始まる「7」である。

「9」が1個、2個、3個、…、9個連続して並ぶ最初の桁は、それぞれ、5桁目、44桁目、762桁目、762桁目、762桁目、762桁目、1,722,776桁目、36,356,642桁目、564,665,206桁目である。

τ では、連続する7個の「9」の並びが761桁目から始まる。ちなみに、円周率で最初に現れる連続する7個の数字は、710,100桁目から始まる「3」である。

ファインマン・ポイントまでの十進法表記は以下のとおり。

```
3.1415926535 8979323846 2643383279 5028841971 6939937510 5820974944 5923078164 0628620899 8628034825 3421170679
8214808651 3282306647 0938446095 5058223172 5359408128 4811174502 8410270193 8521105559 6446229489 5493038196
4428810975 6659334461 2847564823 3786783165 2712019091 4564856692 3460348610 4543266482 1339360726 0249141273
7245870066 0631558817 4881520920 9628292540 9171536436 7892590360 0113305305 4882046652 1384146951 9415116094
3305727036 5759591953 0921861173 8193261179 3105118548 0744623799 6274956735 1885752724 8912279381 8301194912
9833673362 4406566430 8602139494 6395224737 1907021798 6094370277 0539217176 2931767523 8467481846 7669405132
0005681271 4526356082 7785771342 7577896091 7363717872 1468440901 2249534301 4654958537 1050792279 6892589235
4201995611 2129021960 8640344181 5981362977 4771309960 5187072113 4999999 and so on.
```

実際に下の計算結果でも3333333の出現位置はそのようになっている。

いま、たとえば999999という数字列があるかないかを、100万桁の連続数字の中に探すとき、数字を一つずつ繰り下げながら確認していくわけであるから、その確認に供する6桁の数字列の数は、 $100万 - 6 + 1 \doteq 100万$ となる。そして、9という数字の出現確率は $(1/10)$ であるから、999999の出現する期待確率は $(1/10)$ の6乗、すなわち100万分の1となる。したがって、100万桁の数字並びの中に6桁の数字が1回確認されるのは期待値から考えて道理である。

さらに、100万桁の中にミニ円周率を探してみた。31415は9個見つかри、314159は1個見つかつた。314159も6桁の数字の並びであるから、その期待される出現回数は1回である。

9	回数	80941																			
99	回数	8193																			
999	回数	783																			
9999	回数	97																			
99999	番地	19446	56988	161862	220568	456189	626757														
999999	番地	762	193034																		
9999999	番地																				
99999999	番地																				
31415	番地	88008	176451	400032	684830	748249	767883	841520	886012	910403											
314159	番地	176451																			
3141592	番地																				
31415926	番地																				

2019年の時点では、円周率は小数点以下 31 兆 4159 億 2653 万 5897 桁まで計算されている (<http://www.numberworld.org/y-cruncher/>)。

円周率 (Wikipedia) 2015 年 2 月時点

20 世紀以降、コンピュータの発達により、計算された円周率の桁数は飛躍的に増大した。1949 年に、ジョン・フォン・ノイマンはコンピュータ ENIAC を使い 70 時間かけて、円周率を 2037 桁まで計算した。その後の数十年間、さまざまな計算機科学者によって計算は進められ、1973 年には 100 万桁を超えた。この進歩は高速なハードウェアの開発だけによるものではなく、効率のよいアルゴリズムが考案されたためである。そのうちの最も重要な発見の一つとして、1960 年代の高速フーリエ変換がある。これにより、多倍精度の演算が高速に実行できるようになった。

2014 年現在では、円周率は小数点以下 13.3 兆桁まで計算されている。

2010 年時点での状況

2010 年 9 月 1 日掲載

サラリーマン 円周率 5 兆桁計算 成功までの経緯と 10 兆桁計算への意気込み

2010 年 8 月 6 日掲載

日本人男性が円周率 5 兆桁の計算に成功 要した期間は 3 カ月

2010 年 1 月 11 日掲載

普通のデスクトップコンピュータで π を 2 兆 7000 億桁まで計算 (世界記録) スーパーコンピュータに勝つ

2015 年 2 月までの歩みは次のとおりである。円周率は小数点以下 13 兆桁まで計算されている。

日本が誇るスーパーコンピュータ「京」で円周率パイの計算をすればあっという間にダントツの世界記録を樹立できると思うのだが、さすがに国の財産を用いてこのような計算はしないようである。

下に最近求められた円周率 (3.1415...) の小数点以下の桁数を示したが、小数点以下 13 兆桁と途方もない桁数までその数値が求められている。この数値を、数字ひとつ当たりの幅が 0.1mm で書き出せたとしても、これが 13 兆個の数字ともなればその総延長は地球を 330 周する。

この数値を求めたのは houkouonchi (方向音痴) さんとなっており、匿名のようであるが日本人だろう。208 日間の計算時間を費やしてこの数値を求めたとある。

その前の 2013 年にはこれまた日本の近藤茂さんが小数点以下 12 兆ケタを 94 日間かけてはじき出している。2010 年に次の目標は 10 兆桁超えと宣言していた通りとなった。

そして、前回私が円周率の計算に興味を持ったとき (2010 年) には近藤茂さんが 3 か月をかけて 5 兆桁を算出している。2010 年に記した文書は閲覧できるように下にそのタイトルを添付した。この時の計算結果の確認情報は次に記されている。

5 Trillion Digits of Pi - New World Record By Alexander J. Yee & Shigeru Kondo

The main computation took 90 days on Shigeru Kondo's desktop. Verification was done using two separate computers.

円周率の桁数に挑戦する計算には、効率的な計算ができるアルゴリズム、速い CPU 速度、大きなメモリー、200 日以上故障することなく動くコンピュータが必須条件のようである。