２０２０．６．２１
畑　啓之

技術士一次試験　基礎科目　この問題が難しい　熱伝導

令和１年度再試験

Ⅰ－３－５　固有振動数及び固有振動モードに関する次の記述のうち，最も適切なものはどれか。

① 弾性変形する構造体の固有振動数は，構造体の材質のみによって定まる。
② 管路の気柱振動の固有振動数は両端の境界条件に依存しない。
③ 単振り子の固有振動数は，おもりの質量の平方根に反比例する。
④ 熱伝導の微分方程式は時間に関する２階微分を含まないので，固有振動数による自由振動は発生しない。
⑤ 平板の弾性変形については，常に固有振動モードが１つだけ存在する。

正答　④

この問題は常日頃より熱伝導を取り扱っている人にはそんなに難しい問題ではありません。そうでない人にとっては、④だけ文章がやたら長くて、さて何を言っているのか戸惑うかもしれません。

時間に関する２階微分を含む式の代表例がバネの振動です。次ページに Web より引用しました。

この問題は、高校までに習った物理で、①~③、⑤は間違いであることが分かり、消去できます。従って、消去法で④が残ることになりますので、今回難問に取り上げはしましたが、多くの方が正解に至るのではないでしょうか。

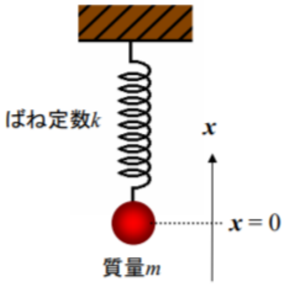
熱伝導。下の解答にも示しましたが、
④　熱伝導は高温側より低温側への温度勾配により熱が伝わる。単位時間当たりの熱の移動量を式で書けば、Ｑ＝ＡＵΔＴで、Ｑは単位時間あたりに移動する熱量、Ａは伝熱面積、Ｕは熱伝導率、ΔＴは温度勾配で（Ｔ１－Ｔ２）／Ｌ、ここにＴ１とＴ２は高温側と低温側の温度、Ｌは熱が伝わる距離です。この式に時間は出てきません。

ということです。

単振動

ばね定数kのばねに質量mのおもりがついているとする。自然長からの伸びをxとすると、運動方程式は

$$F = m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx \rightarrow \ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$



解の形として、指数関数　$x = e^{\alpha t}$　を仮定して代入すると

$$\left(\alpha^2 + \frac{k}{m}\right)e^{\alpha t} = 0 \rightarrow \alpha = \pm i\sqrt{\frac{k}{m}} = \pm i\omega_0 \quad \left(\omega_0 \equiv \sqrt{\frac{k}{m}}\right)$$

よって、一般解は

$$x(t) = Ae^{i\omega_0 t} + Be^{-i\omega_0 t}$$

初期条件として、t=0 のとき $x = x_0, \dot{x} = 0$ の場合、

$$A = B = \frac{x_0}{2} \rightarrow x(t) = \frac{x_0}{2}e^{i\omega_0 t} + \frac{x_0}{2}e^{-i\omega_0 t} = x_0 \cos\omega_0 t$$

http://atom.c.u-tokyo.ac.jp/torii/lectures/MC/h25_MC_96-112.pdf

①　形状によって変わってくる。

②　管端が開いているか閉じているかで、気柱の振動数に変化が生じる。

③　固有振動数ω＝√（g/L)であるので、重りの質量には関係ない。

④　熱伝導は高温側より低温側への温度勾配により熱が伝わる。単位時間当たりの熱の移動量を式で書けば、Q＝AUΔTで、Qは単位時間あたりに移動する熱量、Aは伝熱面積、Uは熱伝導率、ΔTは温度勾配で（T１－T２）／L、ここにT１とT２は高温側と低温側の温度、Lは熱が伝わる距離です。この式に時間は出てきません。

⑤　１次元の弦の振動でも、基本振動以外に２倍振動や３倍振動があるように、平板においても種々の振動パターンがある。