

2020. 6. 16

畑 啓之

技術士一次試験基礎科目 この問題が難しい R01再 写像 $f : A \times B \rightarrow C$

令和元年再試験

I-2-6 集合Aを $A = \{a, b, c, d\}$, 集合Bを $B = \{\alpha, \beta\}$, 集合Cを $C = \{0, 1\}$ とする。

集合Aと集合Bの直積集合 $A \times B$ から集合Cへの写像 $f : A \times B \rightarrow C$ の総数はどれか。

- ① 32 ② 64 ③ 128 ④ 256 ⑤ 512

写像という言葉は意味は分かるが普段はあまり聞きなれない言葉だ、しかし実際にはこの概念はあちこちで使われていることは間違いがない、例えば有限要素法のアイソパラメトリック要素。これも写像の一つだ。

アイソパラメトリック要素は複雑な要素領域を規準領域に写像して要素内積分を規準領域で行う方法です。H28-1-3-3 で出題されています。

さて、この令和元年の問題の答。

R01再-1-2-6 正答 ④

集合AとBの直積は、 $A \times B$ という記号で表します。

例えば、 $A = \{1, 2\}$ 、 $B = \{3, 4, 5\}$ のとき、

$$A \times B = \{(1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 3), (2, 4), (2, 5)\}$$

となります。

Aの要素とBの要素を1つずつ取ってきて作ったペアをすべて集めた集合です。

集合Aの各元に対して、集合Bの元がただ1つ対応する規則 f が定まっているとき、この対応をAからBへの写像といい、 $f : A \rightarrow B$ で表します。

例えば、集合 $A = \{a, b, c, d\}$ から集合 $B = \{0, 1\}$ への写像であれば

写像 $f : A \rightarrow B$ は、0と1からなる4個の数字の列 $f(a) f(b) f(c) f(d)$ で表され、そのような列は以下の16個となります。

0 0 0 0, 0 0 0 1, 0 0 1 0, 0 0 1 0
0 0 1 1, 0 1 0 0, 0 1 0 1, 0 1 1 1
1 0 0 0, 1 0 0 1, 1 0 1 0, 1 0 1 1
1 1 0 0, 1 1 0 1, 1 1 1 0, 1 1 1 1

以上の理解の上にこの問題を解答していくと、
まず直積集合 $A \times B$ は

$$A \times B = \{ (a \alpha) (a \beta) (b \alpha) (b \beta) (c \alpha) (c \beta) (d \alpha) (d \beta) \}$$

写像は 8 個の字数で表される 0 と 1 の組み合わせの数だけあるので、 $2^8 = 256$ がその総数となります。