

2020. 6. 1

畑 啓之

技術士一次試験・基礎科目問題 基礎と言いつつも「楕円孔の応力集中」は

多くの問題は一般教養のレベルで、工夫すれば何とか手が届くところにあるが、この問題は、出題の意味は理解できるが、この問題の専門性は高いため少し勉強したくらいでは正しい答えに至ることはできないと感じる。

確かに A 点は x 軸方向に応力は受けず、y 軸方向へは応力集中により、その受ける応力は σ よりは大きくなっていることは理解できる。だが、その大きさとなると即座にはわからない。この世界の方々にとってはきっと常識なのだろうと思いつつも、私にとっては難問の一つである。

日本技術士会のホームページより

I-3-6 下図に示すように、遠方で y 方向に応力 σ (>0) を受け、軸の長さ a と b の楕円孔 ($a > b$) を有する無限平板がある。楕円孔の縁 (点 A) での応力状態 ($\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$) として適切なものは、次のうちどれか。

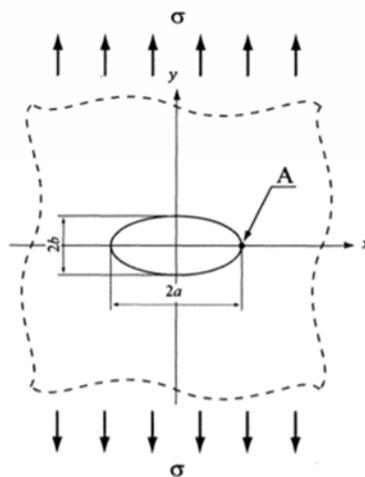


図 楕円孔を有する無限平板が応力を受けている状態

- ① $\sigma_x = 0, \sigma_y < 3\sigma, \tau_{xy} = 0$
- ② $\sigma_x = 0, \sigma_y > 3\sigma, \tau_{xy} = 0$
- ③ $\sigma_x = 0, \sigma_y > 3\sigma, \tau_{xy} > 0$
- ④ $\sigma_x > 0, \sigma_y < 3\sigma, \tau_{xy} = 0$
- ⑤ $\sigma_x > 0, \sigma_y > 3\sigma, \tau_{xy} = 0$

正答 ②

わからなくても仕方がない問題。自信がなかったら勇気をもってパスしよう。

(解答)

楕円孔の応力集中の問題である。応力集中 (Wikipedia) に、最大応力は $x = a$ の位置で発生し、応力集中係数 K_t は

$$K_t = 1 + 2a/b$$

となるとある。

$a > b$ であるので、 $\sigma_x = 0$ 、 $\tau_{xy} = 0$ 、 $\sigma_y = K_t \sigma$ であるから $\sigma_y > 3\sigma$

(参考)

応力集中 (Wikipedia)

楕円孔の応力集中

遠方から長軸に垂直な一様引張応力を受ける無限板に存在する楕円孔について、最大応力を含む線上での応力分布は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \sigma_y = \sigma_0 & \left[\frac{1}{\xi^2 - 1} \left(\xi^2 + \frac{a}{a-b} \right) \right. \\ & - \frac{1}{(\xi^2 - 1)^2} \left\{ \frac{\xi^2}{2} \left(\frac{a-b}{a+b} - \frac{a+3b}{a-b} \right) - \frac{b(a+b)}{(a-b)^2} \right\} \\ & \left. - \frac{4\xi^2}{(\xi^2 - 1)^3} \left(\frac{\xi^2 b}{a+b} - \frac{b}{a-b} \right) \frac{a}{a-b} \right] \\ \xi = \frac{x + \sqrt{x^2 - c^2}}{c}, \quad c = \sqrt{a^2 - b^2} \end{aligned}$$



ここで

σ_y : 楕円孔長軸(x 軸)上の垂直応力

σ_0 : 遠方引張応力

a : 楕円孔長辺

b : 楕円孔短辺

x : 楕円孔長軸(x 軸)上の楕円孔中心からの距離

最大応力は上式で $x = a$ (楕円孔長辺縁)の位置で発生し、この点で応力集中係数は次のようになる。

$$K_t = 1 + 2a/b$$

あるいは $x = a$ の点における曲率半径を用いて次のようにも表される。

$$K_t = 1 + 2\sqrt{a/\rho}, \quad \rho = b^2/a$$

楕円孔は、 $b \rightarrow 0$ とすればき裂(グリフィスキ裂)の問題となり、また、等価楕円概念を利用して任意形状の切欠きの応力集中係数を近似できる場合があるなど、他の問題への応用の広がりが大きい。