

2020. 5. 18

畑 啓之

最新の技術士一次試験・基礎科目の問題は過酷 シンプソンの公式？

令和2年度 技術士一次試験（再試験） 基礎科目

I-3-4 シンプソンの1/3数値積分公式（2次のニュートン・コーツの閉公式）を用いて次の定積分を計算した結果として、最も近い値はどれか。

$$S = \int_{-1}^1 \frac{1}{x+3} dx$$

ただし、シンプソンの1/3数値積分公式における重み係数は、区間の両端で1/3、区間の中点で4/3である。

- ① 0.653 ② 0.663 ③ 0.673 ④ 0.683 ⑤ 0.693

基礎(R1再)11/20

問題文は日本技術士会のホームページより引用

定積分の答えをシンプソンの公式を用いて求めるという、技術士一次試験では初めて出された新傾向の問題だ。シンプソンの公式？ この公式はポピュラーなものだろうか？ 私の高校時代には数学の教科書には載っていなかった（と記憶している）。

技術士試験・基礎科目の求める技術の範囲は大学教養課程までと理解していたので、このシンプソンの公式は大学で習うものと思い Web で調べてみると、高校数学とあった。従って、本問題は知っていて当然が前提の出題である。

高校数学の
美しい物語
～定期試験から数学オリンピックまで800記事～

Google カスタム検索

分野別 ▾ レベル別 ▾ タグ別

シンプソンの公式の証明と例題

最終更新: 2019/04/23

分野: いろんな関数 レベル: ★最難関大学

シンプソンの公式:

$f(x)$ が三次以下の関数のとき,

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{(b-a)}{6} \{f(a) + 4f(\frac{a+b}{2}) + f(b)\}$$

三次関数の定積分を素早く計算（検算）することができます！

この公式に、与えられた数式と範囲を代入すると、確かに答えは簡単に求まった。

I-3-4 シンプソンの1/3数値積分公式

解答：⑤

シンプソンの公式は次の通りである。

シンプソンの公式：

$f(x)$ が三次以下の関数のとき、

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{(b-a)}{6} \{f(a) + 4f(\frac{a+b}{2}) + f(b)\}$$

今の題意に沿う形は次の通りであり、 y_0 および y_2 が区間の両端における値、 y_1 が区間の中点における値である。

$$\frac{h}{3}(y_0 + 4y_1 + y_2)$$

$S=1/3 \times (1/2 + 4/3 + 1/4) = 0.694$ となり、答えは⑤となる。

与えられた式を素直に計算すると、その定積分は自然対数で、 $[\log(x+3)]_{x=-1 \text{ to } 1} \rightarrow \log 2 = 0.6931$
シンプソンの公式ではそれなりの答えが得られる。

この公式を知らず、それでも答えを求めたいという場合には、別法として小学校で習った方法で台形の面積を求め、それを足し合わせることになる。以下に示すように 0.697 との答えが得られるが、これが真値に対してどの程度大きく出ているのかには多少の不安が残る。
 x を 0.5 刻みで計算したところを 0.1 刻みとすると、ひょっとすると④の 0.683 に近づくのではないかと心配である。試験時間の制約もあり、このような細かな計算はしてられない。

(別法) 苦し紛れに台形の面積を足し算していく方法もある。

$$x=-1 \text{ のとき } \quad y=0.500$$

$$x=-0.5 \text{ のとき } \quad y=0.400$$

$$x=0 \text{ のとき } \quad y=0.333$$

$$x=0.5 \text{ のとき } \quad y=0.286$$

$$x=1 \text{ のとき } \quad y=0.250$$

台形面積の足し合わせを行うと、

$$S=0.5 \times (1/2 \times 0.500 + 0.400 + 0.333 + 0.286 + 1/2 \times 0.250) = 0.697 \quad \text{となる。}$$

この値は、グラフの形状(曲線と台形の差分)を考えると少し大きめに出ている。